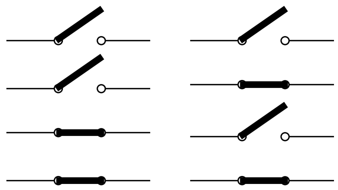
فصل اول: سیستم نمایش اعداد و کدگذاری

❖ نمایش اطلاعات:

- سویچ های الکترونیکی برای نمایش دو حالت می توانند استفاده گردند . برای نمایش هر حالت یک *bit* (*bi*nary digi*t*) استفاده می گردد:

ON OFF

- با دو سویچ می توان چهار حالت را مشخص کرد :



0 (00)
1 (01)
2 (10)
3 (11)

- در حالت کلی N بیت می تواند 2^N حالت مختلف را نمایش دهد.
- برای نمایش M حالت مختلف حداقل تعداد بیت ها برابر است با: $\lceil \log_2 M \rceil$

1 bit $\rightarrow$ represents up to 2 values (0 or 1)
2 bits $\rightarrow$ rep. up to 4 values (00, 01, 10 or 11)
3 bits $\rightarrow$ rep. up to 8 values (000, 001, 010. …, 110, 111)
4 bits $\rightarrow$ rep. up to 16 values (0000, 0001, 0010, …, 1111)

32 values $\rightarrow$ requires 5 bits
64 values $\rightarrow$ requires 6 bits
1024 values $\rightarrow$ requires 10 bits
40 values $\rightarrow$ requires 6 bits
100 values $\rightarrow$ requires 7 bits

تبدیل Base-R به Decimal

- مبنا (Radix or Base) در یک سیستم نمایش اعداد، تعداد ارقام مجاز مورد استفاده در این سیستم است. در مبنای R ارقام مجاز 0 تا R-1 میباشند.
- رابطه زیر نحوه تبدیل عدد در مبنای R را به معادل دهدهی آن نشان میدهد:

$$(a_n a_{n-1} \ldots a_0 \,.\, f_{-1} f_{-2} \ldots f_{-m})_R = (a_n \times R^n) + (a_{n-1} \times R^{n-1}) + \ldots + (a_0 \times R^0)$$
$$+ (f_1 \times R^{-1}) + (f_2 \times R^{-2}) + \ldots + (f_m \times R^{-m})$$

- مثال:

- $(1101.101)_2 = 1\times2^3 + 1\times2^2 + 1\times2^0 + 1\times2^{-1} + 1\times2^{-3}$
  $= 8 + 4 + 1 + 0.5 + 0.125 = (13.625)_{10}$
- $(572.6)_8 = 5\times8^2 + 7\times8^1 + 2\times8^0 + 6\times8^{-1}$
  $= 320 + 56 + 2 + 0.75 = (378.75)_{10}$
- $(2A.8)_{16} = 2\times16^1 + 10\times16^0 + 8\times16^{-1}$
  $= 32 + 10 + 0.5 = (42.5)_{10}$
- $(341.24)_5 = 3\times5^2 + 4\times5^1 + 1\times5^0 + 2\times5^{-1} + 4\times5^{-2}$
  $= 75 + 20 + 1 + 0.4 + 0.16 = (96.56)_{10}$

سایر سیستم های نمایش اعداد

- Binary (base 2): weights in powers-of-2.
  - Binary digits (bits): ***0,1.***
- Octal (base 8): weights in powers-of-8.
  - Octal digits: ***0,1,2,3,4,5,6,7.***
- Hexadecimal (base 16): weights in powers-of-16.
  - Hexadecimal digits: ***0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F.***
- Base *R*: weights in powers-of-R.

سایر سیستم های نمایش اعداد

- شمارش باینری

با فرض اعداد غیر منفی :

n bits → largest value $2^n - 1$.

مثال:

4 bits → 0 to 15;

6 bits → 0 to 63.

Decimal Number	Binary Number
0	0 0 0 0
1	0 0 0 1
2	0 0 1 0
3	0 0 1 1
4	0 1 0 0
5	0 1 0 1
6	0 1 1 0
7	0 1 1 1
8	1 0 0 0
9	1 0 0 1
10	1 0 1 0
11	1 0 1 1
12	1 1 0 0
13	1 1 0 1
14	1 1 1 0
15	1 1 1 1

تمرین ١-١

1. The binary number 1011011 is equal to the decimal number
   a. 63 b. 91 c. 92 d. 139
2. Which of the following has the largest value?
   a. $(110)_{10}$ **b.** $(10011011)_2$ **c.** $(1111)_5$ **d.** $(9A)_{16}$ **e.** $(222)_8$
3. What is the weight of the digit '3' in the base-7 number 12345?
   a. 3 b. 5 c. 7 d. 14 e. 49
4. If $(321)_4 = (57)_{10}$, what is the decimal equivalent of $(32100000)_4$?
   a. 57×10^5 **b.** 57×10^4 **c.** 57×4^5 **d.** 57×4^{10}
   e. This is too difficult.

تبدیل Decimal به Binary

- *روش اول:*
  - ❖ *جمع وزنها* — *Sum-of-Weights Method*
- روش دوم :
  - ❖ تقسیمات متوالی (برای اعداد صحیح) — *Repeated Division Method*
  - ❖ ضربهای متوالی(برای قسمت اعشاری) — *Repeated Multiplication Method*

روش جمع وزنها

❖ عدد دهدهی را بصورت مجموع وزنهای باینری می نویسیم

$(9)_{10} = 8 + 1 = 2^3 + 2^0 = (1001)_2$

$(18)_{10} = 16 + 2 = 2^4 + 2^1 = (10010)_2$

$(58)_{10} = 32 + 16 + 8 + 2 = 2^5 + 2^4 + 2^3 + 2^1 = (111010)_2$

$(0.625)_{10} = 0.5 + 0.125 = 2^{-1} + 2^{-3} = (0.101)_2$

تبدیل Decimal به Binary

روش تقسیمات متوالی

- برای تبدیل یک عدد صحیح به مبنای مورد نظر بطور متوالی آنرا به مبنا تقسیم می کنیم تا به خارج قسمت صفر برسیم • باقیمانده تقسیم جواب راتشکیل می دهد. اولین باقیمانده LSB و آخرین باقیمانده MSB را تشکیل میدهد.

روش ضربهای متوالی

- برای تبدیل قسمت اعشاری به مبنای مورد نظر، انرا بطور متوالی به مبنا تقسیم می کنیم،تا وقتیکه به صفر برسیم. در غیر این صورت بسته به دقت مورد نظر بعد از چند رقم اعشار عملیات را خاتمه می دهیم.رقمها نقلی تشکیل جواب را می دهد. اولین رقم MSB و آخرین رقم LSB را تشکیل می دهد.
- مثال عدد 43.3125 را به باینری تبدیل کنید:

2	43	
2	21 rem 1	← LSB
2	10 rem 1	
2	5 rem 0	
2	2 rem 1	
2	1 rem 0	
	0 rem 1	← MSB

$(43)_{10} = (101011)_2$

	Carry	
$0.3125\times2=0.625$	0	←MSB
$0.625\times2=1.25$	1	
$0.25\times2=0.50$	0	
$0.5\times2=1.00$	1	←LSB

$(0.3125)_{10} = (.0101)_2$

$$(43.3125)_{10} = (101011.0101)_2$$

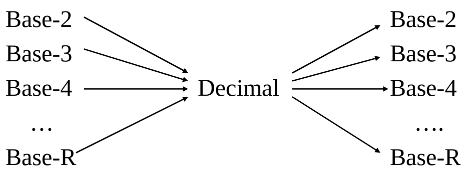
تمرین ۲-۱

Q. Convert each of the following decimal numbers to the bases below, where x represents the *maximum number of digits in the fraction part*: **binary** (x=5), **base 7** (x=3), **octal** (x=2) and **hexadecimal** numbers (x=1).

(a) 12.345 **(b) 0.07** **(c) 2000**

تبدیل مبناهای مختلف

- در حالت کلی تبدیل مبناهای مختلف توسط مبنای ده بعنوان واسط انجام می گیرد



- برای مبناهایی که توانی از دو باشند(۴و۸و۱۶) روشهای ساده تری نیز وجود دارد

Binary-Octal/Hexadecimal Conversion

- Binary → Octal: Partition in groups of 3
  $(10\ 111\ 011\ 001\ .\ 101\ 110)_2 = (2731.56)_8$
- Octal → Binary: reverse
  $(2731.56)_8 = (10\ 111\ 011\ 001\ .\ 101\ 110)_2$
- Binary → Hexadecimal: Partition in groups of 4
  $(101\ 1101\ 1001\ .\ 1011\ 1000)_2 = (5D9.B8)_{16}$
- Hexadecimal → Binary: reverse
  $(5D9.B8)_{16} = (101\ 1101\ 1001\ .\ 1011\ 1000)_2$

تمرین ۳-۱

1. The unsigned binary number $(110001)_2$ is equal to the octal number
   a. $(49)_8$ b. $(31)_8$ c. $(61)_8$ d. $(15)_8$ e. none above
2. Convert 1001101 (base 2) to
   (i) decimal, (ii) octal, (iii) hexadecimal, (iv) base 4.

عملیات محاسباتی باینری

- جمع

$$\begin{array}{r} (647)_{10} \\ +\ (537)_{10} \\ \hline (1184)_{10} \end{array} \qquad \begin{array}{r} (11011)_2 \\ +\ (10011)_2 \\ \hline (101110)_2 \end{array}$$

- تفریق

$$\begin{array}{r} (627)_{10} \\ -\ (537)_{10} \\ \hline (090)_{10} \end{array} \qquad \begin{array}{r} (11001)_2 \\ -\ (10011)_2 \\ \hline (00110)_2 \end{array}$$

- ضرب

$(11001)_2$	$(214)_{10}$	Multiplicand
$\times\ (10101)_2$	$\times\ (152)_{10}$	Multiplier
$(11001)_2$	$(428)_{10}$	Partial products
$(11001)_2$	$(1070)_{10}$	
$+(11001)_2$	$+(214)_{10}$	
$(1000001101)_2$	$(32528)_{10}$	Result

- تقسیم :

تمرین: با استفاده از تکنیک تقسیم دهدهی (shift & subtract) روشی برای تقسیم باینری پیشنهاد کنید

تمرین ۴-۱

1. What is $(1011)_2 \times (101)_2$?

   a. $(10000)_2$ b. $(110111)_2$ c. $(111111)_2$

   d. $(111011)_2$ e. $(101101)_2$

2. Perform the following:

   a) 10111110 + 10001101 = -------------- --------------

   b) 11010010 - 01101101 = --------------- ---------------

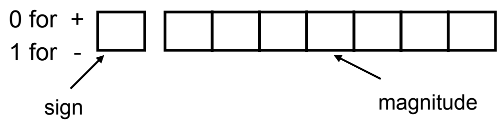
   c) 11100101 - 00101110 = --------------- ----------------

نمایش اعداد علامت دار

- بطور معمول سه روش برای نمایش اعداد باینری علامت دار استفاده می شود:
  - Sign-and-Magnitude
  - 1s Complement
  - 2s Complement

Sign-and-Magnitude

- در این روش قدر مطلق بصورت باینری و علامت با یک بیت نمایش داده می شود:



مثال: سیستم ۸بیتی

- بزرگترین عدد مثبت 0 1111111 $+(127)_{10}$
- بزرگترین عدد منفی 1 1111111 $-(127)_{10}$
- صفر ها: 0 0000000 $+(0)_{10}$

  1 0000000 $-(0)_{10}$

Range: $-(127)_{10}$ to $+(127)_{10}$

Sign-and-Magnitude

- براي منفي كردن عددي كافيست بيت علامت را معكوس كنيد.
- مثال:

$$-(0\ 0100001)_{sm} = (1\ 0100001)_{sm}$$
$$-(1\ 0000101)_{sm} = (0\ 0000101)_{sm}$$

1s and 2s Complement

- دوروش ديگر براي نمايش اعداد علامت دارعبارتند از:
  - 1s-complement
  - 2s-complement

1s Complement

- مقدار منفی عدد x در یک سیستم نمایش n بیتی با روش 1s Complement بصورت زیر تعریف می شود:

$$-x = 2^n - x - 1$$

مثال: مقدار منفی عدد ۸ بیتی ۰۰۰۰۱۱۰۰ :

$$-(00001100)_2 = -(12)_{10}$$
$$= (2^8 - 12 - 1)_{10}$$
$$= (243)_{10}$$
$$= \mathbf{(11110011)_{1s}}$$

1s Complement

❖ روش نظری : تمام بیتها را معکوس می کنیم.

مثال: 1s complement of $(00000001)_{1s} = (11111110)_{1s}$

1s complement of $(01111111)_{1s} = (10000000)_{1s}$

- بزرگترین عدد مثبت $+(127)_{10}$ 0 1111111
- بزرگترین عدد منفی $-(127)_{10}$ 1 0000000
- صفرها 0 0000000 / 1 1111111
- Range: $-(127)_{10}$ to $+(127)_{10}$
- هنوز MSB نشان دهنده علامت می باشد:

0 = +ve; 1 = -ve.

- مثال: (با فرض سیستم باینری ۸ بیتی)

$(14)_{10} = (00001110)_2 = (00001110)_{1s}$

$-(14)_{10} = -(00001110)_2 = (11110001)_{1s}$

تمرین: $-(80)_{10} = -(\ ?\ )_2 = (\ ?\ )_{1s}$

2s Complement

- مقدار منفی عدد x در یک سیستم نمایش n بیتی با روش **2s Complement** بصورت زیر تعریف می شود:

$$- x = 2^n - x$$

مثال: مقدار منفی عدد ۸ بیتی ۰۰۰۰۱۱۰۰ :

$$\begin{aligned} -(00001100)_2 &= -(12)_{10} \\ &= (2^8 - 12)_{10} \\ &= (244)_{10} \\ &= (11110100)_{2s} \end{aligned}$$

- **روش نظری**: تمام بیت ها را معکوس کرده و آنرا با یک جمع کنید:
- **مثال:**

2s complement of

$(00000001)_{2s} = (11111110)_{1s}$ (invert)

$= (11111111)_{2s}$ (add 1)

2s complement of

$(01111110)_{2s} = (10000001)_{1s}$ (invert)

$= (10000010)_{2s}$ (add 1)

2s Complement

- بزرگترین عدد مثبت 0 1111111 $+(127)_{10}$
- بزرگترین عدد منفی 1 0000000 $-(128)_{10}$
- صفر 0 0000000
- Range: $-(128)_{10}$ to $+(127)_{10}$
- هنوز MSB نشان دهنده علامت می باشد:

0 = +ve; 1 = -ve.

مثال: (با فرض سیستم باینری ۸ بیتی)

$(14)_{10} = (00001110)_2 = (00001110)_{2s}$

$-(14)_{10} = -(00001110)_2 = (11110010)_{2s}$

$-(80)_{10} = -(?)_2 = (?)_{2s}$

مقایسه Sign-and-Magnitude و Complements

اعداد چهاربیتی علامتدار(مثبت)

Value	Sign-and-Magnitude	1s Comp.	2s Comp.
+7	0111	0111	0111
+6	0110	0110	0110
+5	0101	0101	0101
+4	0100	0100	0100
+3	0011	0011	0011
+2	0010	0010	0010
+1	0001	0001	0001
+0	0000	0000	0000

اعداد چهاربیتی علامتدار(منفی)

Value	Sign-and-Magnitude	1s Comp.	2s Comp.
-0	1000	1111	-
-1	1001	1110	1111
-2	1010	1101	1110
-3	1011	1100	1101
-4	1100	1011	1100
-5	1101	1010	1011
-6	1110	1001	1010
-7	1111	1000	1001
-8	-	-	1000

مکمل ها در حالت کلی

- با استفاده از مکملها می توان عمل تفریق A – B را به جمع A + (-B) تبدیل کرد که (-B) مکمل عدد B می باشد.
- در حالت کلی برای عددی در مبنای r دو مکمل وجود دارد:
  (i) *Diminished Radix* (or *r*-1's) Complement
  (ii) *Radix* (or *r*'s) Complement
- در مبنای دو این مکملها عبارت بودند از:
  (i) 1s Complement
  (ii) 2s Complement

مکمل (r-1) یا
Diminished-Radix Complements

- مکمل (r-1) عدد x با n رقم صحیح و m رقم اعشار برابراست با :

$(r^n - r^{-m}) - x$

E.g.: (r-1)'s complement, or 9s complement, of $(22)_{10}$ is:

$(10^2 - 1) - 22 = (77)_{9s}$ [This means $-(22)_{10}$ is $(77)_{9s}$]

(r-1)'s complement, or 1s complement, of $(0101)_2$ is:

$(2^4 - 1) - 0101 = (1010)_{1s}$ [This means $-(0101)_2$ is $(1010)_{1s}$]

- روش نظری: همه رقم ها را از (r-1) کم می کنیم:

$(10^2 - 1) - 22 = 99 - 22 = (77)_{9s}$

$(2^4 - 1) - 0101 = 1111 - 0101 = (1010)_{1s}$

مکمل r یا
Radix Complements

- مکمل r عدد x با n رقم صحیح برابراست با :

$r^n - x$

E.g.: r's-complement, or 10s complement, of $(22)_{10}$ is:

$10^2 - 22 = (78)_{10s}$ [This means $-(22)_{10}$ is $(78)_{10s}$]

r's-complement, or 2s complement, of $(0101)_2$ is:

$2^4 - 0101 = (1011)_{2s}$ [This means $-(0101)_2$ is $(1011)_{2s}$]

- روش نظری: مکمل (r-1) بعلاوه یک (صفرهای سمت راست را نوشته، اولین رقم غیر صفر را از (r) و بقیه را از (r-1) کم میکنیم.

$(10^2) - 22 = (99+1) - 22 = 77 + 1 = (78)_{10s}$

$(2^4) - 0101 = (1111+1) - 0101 = 1010 + 1 = (1011)_{2s}$

جمع وتفریق به روش 2s Complement

- مثال:سیستم ۴ بیتی:

```
  +3          0011
+ +4        + 0100
----        -------
  +7          0111
----        -------
```

```
  -2         1110
+ -6       + 1010
----       -------
  -8        11000
----       -------
```

```
  +6         0110
+ -3       + 1101
----       -------
  +3        10011
----       -------
```

```
  +4         0100
+ -7       + 1001
----       -------
  -3         1101
----       -------
```

```
  -3          1101
+ -6        + 1010
----        -------
  -9         10111
----        -------
```

```
  +5          0101
+ +6        + 0110
----        -------
 +11          1011
----        -------
```

- در کدام حالت سرریز اتفاق افتاده است؟

جمع وتفریق به روش 1s Complement

- مثال:سیستم ۴ بیتی:

```
  +3          0011
+ +4        + 0100
----        -------
  +7          0111
----        -------
```

```
  +5          0101
+ -5        + 1010
----        -------
  -0          1111
----        -------
```

```
  -2          1101
+ -5      +   1010
----        ------
  -7         10111
----        +    1
            ------
              1000
```

```
  -3          1100
+ -7        + 1000
----        -------
 -10         10100
----        +    1
            -------
              0101
```

- در کدام حالت سرریز اتفاق افتاده است؟

تمرین ۵-۱

1. In a 6-bit 2's complement binary number system, what is the decimal value represented by $(100100)_{2s}$?

   a. -4 b. 36 c. -36 d. -27 e. -28

2. In a 6-bit 1's complement binary number system, what is the decimal value represented by $(010100)_{1s}$?

   a. -11 b. 43 c. -43 d. 20 e. -20

3. For 2's complement binary numbers, the range of values for 5-bit numbers is

   a. 0 to 31 b. -8 to +7 c. -8 to +8

   d. -15 to +15 e. -16 to +15

تمرین ۵-۱

4. In a 4-bit twos-complement scheme, what is the result of this operation: $(1011)_{2s} + (1001)_{2s}$?
   a. 0100 b. 0010 c. 1100 d. 1001 e. overflow

5. Assuming a 6-bit system, perform subtraction with the following unsigned binary numbers by taking first the 1's complement, and then, the 2's complement, of the second value and adding it with the first value:
   (a) 011010 – 010000 (26 – 16)
   (b) 011010 – 001101 (26 – 13)
   (c) 000011 – 010000 (3 – 16)

سرریز(Overflow)

- اعداد باینری علامتدار داری Range ثابتی هستند.
- اگر نتیجه جمع یا تفریق خارج از این محدوده قرار گیرد ، سرریز اتفاق می افتد.
- دو شرط که تحت آن سرریز اتفاق می افتد:

(i) *positive add positive* gives negative

(ii) *negative add negative* gives positive

- Examples: 4-bit numbers (in 2s complement)
- Range : $(1000)_{2s}$ to $(0111)_{2s}$ or (-8_{10} to 7_{10})

(i) $(0101)_{2s} + (0110)_{2s} = (1011)_{2s}$

$(5)_{10} + (6)_{10} = -(5)_{10}$?! (overflow!)

(ii) $(1001)_{2s} + (1101)_{2s} = (\underline{1}0110)_{2s}$ discard end-carry

$= (0110)_{2s}$

$(-7)_{10} + (-3)_{10} = (6)_{10}$?! (overflow!)

Binary Coded Decimal (BCD)

- اعداد دهدهی برای ما راحت تر است ولی برای کامپیوتر اعداد باینری معنی دار است.این تبدیل محاسبات زیادی نیاز دارد.
- به منظور کاهش محاسبات از روشهای کد گذاری ویژه ای برای نمایش اعداد دهدهی استفاده می شود.
- *یکی از این روشها* کد BCD است که کد وزندار *8421 نیز گفته می شود.*
- در این کد هر رقم دهدهی با کد باینری چهار بیتی نمایش داده می شود.

Binary Coded Decimal (BCD)

Decimal digit	0	1	2	3	4
BCD	**0000**	**0001**	**0010**	**0011**	**0100**
Decimal digit	5	6	7	8	9
BCD	**0101**	**0110**	**0111**	**1000**	**1001**

- تعدادی از کدها استفاده نمی گردد. مانند:

  $(1010)_{BCD}$, $(1011)_{BCD}$, …, $(1111)_{BCD}$.
- تبدیل در این روش ساده است ولی حجم محاسبات در آن بالا است.
- برای سیستمهایی که فقط ورودی عدد دارند(مانند صفحه کلید تلفن) روش مناسبی می باشد.
- **مثال:**

  $(234)_{10} = (0010\ 0011\ 0100)_{BCD}$
  $(7093)_{10} = (0111\ 0000\ 1001\ 0011)_{BCD}$
  $(1000\ 0110)_{BCD} = (86)_{10}$
  $(1001\ 0100\ 0111\ 0010)_{BCD} = (9472)_{10}$
- **دقت:** کد BCD معادل باینری نیست.

  مثال: $(234)_{10} = (11101010)_2$

کد Gray

- کد وزندار ومحاسباتی نیست.
- از کد یک رقم به رقم بعدی فقط یک بیت تغییر می کند
- برای آشکار سازی خطا روش مناسبی است.

Decimal	Binary	Gray Code	Decimal	Binary	Gray code
0	0000	0000	8	1000	1100
1	0001	0001	9	1001	1101
2	0010	0011	10	1010	1111
3	0011	0010	11	1011	1110
4	0100	0110	12	1100	1010
5	0101	0111	13	1101	1011
6	0110	0101	14	1110	1001
7	0111	0100	15	1111	1000

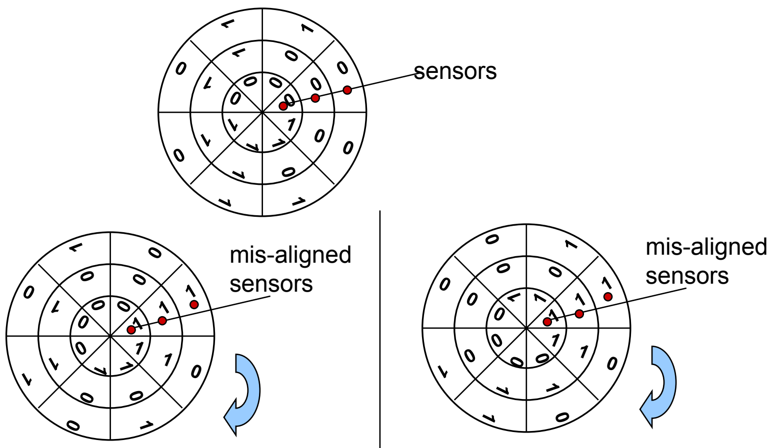
Q. How to generate 5-bit standard Gray code?
Q. How to generate *n*-bit standard Gray code?

Gray کد

0000	1100
0001	1101
0011	1111
0010	1110
0110	1010
0111	1011
0101	1001
0100	1000

Generating 4-bit standard Gray code.

Gray کد



Binary coded: 111 → 110 → 000

Gray coded: 111 → 101

Binary-to-Gray Code Conversion

- MSB را نگهدارید.
- از چپ به راست جمع بدون رقم نقلی (XOR) جفت بیت کنار هم را برای بدست آوردن بیت بعدی کد Gray انجام دهید.
- مثال: تبدیل عدد باینری 10110 به Gray code.

1 0 1 1 0 Binary
↓
1 Gray

1 + 0 1 1 0 Binary
↓
1 1 Gray

1 0 + 1 1 0 Binary
↓
1 1 1 Gray

1 0 1 + 1 0 Binary
↓
1 1 1 0 Gray

1 0 1 1 + 0 Binary
↓
1 1 1 0 1 Gray

$$(10110)_2 = (11101)_{Gray}$$

Gray-to-Binary Conversion

- MSB را نگهدارید.
- از چپ به راست جمع بدون رقم نقلی (XOR) کد باینری بدست آمده را با کد Gray در موقعیت بعدی، برای بدست آوردن بیت بعدی باینری انجام دهید.
- کد Gray 11011 را به binary تبدیل کنید:

1 1 0 1 1 Gray
↓
1 Binary

1 1 0 1 1 Gray
+ ↓
1 0 Binary

1 1 0 1 1 Gray
+ ↓
1 0 0 Binary

1 1 0 1 1 Gray
+ ↓
1 0 0 1 Binary

1 1 0 1 1 Gray
+ ↓
1 0 0 1 0 Binary

$$(11011)_{Gray} = (10010)_2$$

سایر کدهای Decimal

Decimal Digit	BCD 8421	Excess-3	84-2-1	2*421	Biquinary 5043210
0	0000	0011	0000	0000	0100001
1	0001	0100	0111	0001	0100010
2	0010	0101	0110	0010	0100100
3	0011	0110	0101	0011	0101000
4	0100	0111	0100	0100	0110000
5	0101	1000	1011	1011	1000001
6	0110	1001	1010	1100	1000010
7	0111	1010	1001	1101	1000100
8	1000	1011	1000	1110	1001000
9	1001	1100	1111	1111	1010000

- Self-complementing codes: excess-3, 84-2-1, 2*421 codes.
- Error-detecting code: biquinary code (*bi*=two, *quinary*=five).

کدهای خود-مکمل (Self-Complementing)

- مثال کدهای : excess-3, 84-2-1, 2*421
- کدهایی هستند که با تبدیل 0 به 1 کد مکمل 9 آنها بدست می آید.

Excess-3 code

```
0: 0011
1: 0100
2: 0101
3: 0110
4: 0111
5: 1000
6: 1001
7: 1010
8: 1011
9: 1100
```

```
241: 0101 0111 0100
758: 1010 1000 1011
```

تمرین ۶-۱

1. How to represent 246 in (a) 10-bit binary, (b) BCD, (c) Excess-3 code, (d) 2421 code, (e) 84-2-1 code?

2. The decimal number 573 is represented as 1111 0110 1011 in an unknown self-complementary code. Find the code for the decimal number 642.

کدهای الفبایی-عددی (Alphanumeric Codes)

- علاوه بر اعداد، کامپیوتر با کاراکتر های متنی (Textual) نیز سرو کار خواهد داشت.
- این کاراکتر ها شامل موارد زیر است :

  alphabets: 'A' .. 'Z', and 'a' .. 'z'
  digits: '0' .. '9'
  special symbols: '$', '.', ',', '@', '*', …
  non-printable: SOH, NULL, BELL, …
- بطور معمول با استفاده از ۷ یا ۸ بیت میتوان آنها را نمایش داد.

Alphanumeric Codes

- دو استاندارد متداول:

ASCII (American Standard Code for Information Interchange)
EBCDIC (Extended BCD Interchange Code)

- ASCII: 7-bit, plus a *parity bit* for error detection (odd/even parity).
- EBCDIC: 8-bit code.

Character	ASCII Code
0	0110000
1	0110001
. . .	. . .
9	0111001
:	0111010
A	1000001
B	1000010
. . .	. . .
Z	1011010
[	1011011
\	1011100

Alphanumeric Codes

- ASCII table:

	MSBs							
LSBs	**000**	**001**	**010**	**011**	**100**	**101**	**110**	**111**
0000	NUL	DLE	SP	0	@	P	`	p
0001	SOH	DC_1	!	1	A	Q	a	q
0010	STX	DC_2	“	2	B	R	b	r
0011	ETX	DC_3	#	3	C	S	c	s
0100	EOT	DC_4	$	4	D	T	d	t
0101	ENQ	NAK	%	5	E	U	e	u
0110	ACK	SYN	&	6	F	V	f	v
0111	BEL	ETB	‘	7	G	W	g	w
1000	BS	CAN	(	8	H	X	h	x
1001	HT	EM	)	9	I	Y	i	y
1010	LF	SUB	*	:	J	Z	j	z
1011	VT	ESC	+	;	K	[	k	{
1100	FF	FS	,	<	L	\	l	|
1101	CR	GS	-	=	M	]	m	}
1110	O	RS	.	>	N	^	n	~
1111	SI	US	/	?	O	_	o	DEL

کدهای آشکار ساز خطا (Error Detection Codes)

- در انتقال اطلاعات احتمال خطا وجود دارد . این خطاها در مقصد باید آشکار شده و تقاضای انتقال مجدد اعلام شود.
- در انتقال باینری اغلب یک بیت خطا ممکن است اتفاق بیافتد.

مثال: عدد 0010 در اثر خطا ممکن است بصورتهای زیر در یافت گردد 0011, :0000, 0110, 1010

- کد Biquinary از سه بیت اضافی برای آشکار سازی خطا استفاده می کند
- برای اشکار سازی یک بیت می توان از یک بیت اضافی استفاده نمود.

کدهای آشکار ساز خطا (Error Detection Codes)

- بیت توازن: (Parity bit)
  - توازن زوج (Even parity) : بیت اضافی طوری افزوده می گردد که تعداد کل یک هارا زوج کند.
  - توازن فرد (Odd parity) : بیت اضافی طوری افزوده می گردد که تعداد کل یک هارا فرد کند.

- Example: Odd parity.

Character	ASCII Code
0	0110000 1
1	0110001 0
. . .	. . .
9	0111001 1
:	0111010 1
A	1000001 1
B	1000010 1
. . .	. . .
Z	1011010 1
[	1011011 0
\	1011100 1

Parity bits

کدهای آشکار ساز خطا (Error Detection Codes)

- بیت توازن خطاهای فرد را آشکار کرده ولی نمی تواند خطاهای زوج را آشکار کند.

Example: For odd parity numbers,

10011 → 10001 (detected)

10011 → 10101 (non detected)

- بیت توازن می تواند برای بلوک داده ها نیزبصورت سطری وستونی استفاده گردد:

0110 1
0001 0
1011 0
1111 1
1001 1
0101 0

← Column-wise parity

↑

Row-wise parity

- بعضی مواقع آشکار سازی کافی نبوده و اصلاح خطا (error correction) مورد نیاز خواهد بود.
- اصلاح خطا بار محاسباتی بالایی دارد. در عمل اصلاح خطا برای یک بیت انجام می گیرد.
- روش معمول Hamming Code می با شد.

تمرین ۷-۱

- [8-bit base-2] Find the 1's complement of 101.
- [8-bit base-2] Find the 1's complement of 11001000.
- [8-bit base-2] How is $(101)_2$ represented in 1's complement?
- [8-bit base-2] How is $-(101)_2$ represented in 1's complement?.
- [8-bit base-2] Find the 2's complement of 111000.
- [8-bit base-2] What is $(111)_2$ in 2's complement form?
- [8-bit base-2] What is $-(111)_2$ in 2's complement form?
- [6-bit base-2] What is $(14)_{10}$ in 1's complement form?
- [6-bit base-2] What is $(-14)_{10}$ in 2's complement form?
- [3-digit base-10] Find the 9's complement of 25.
- [3-digit base-10] Find the 10's complement of 123.
- [3-digit base-8] Find the 7's complement of 712.
- [3-digit base-8] Find the 8's complement of 123.
- [2-digit base-7] What is the radix complement of 15?
- [3-digit base-9] What is the diminished radix complement of 814?